

החידה של חודש מרץ פשרת המטריצות



ציור 1: מה DALL-E חושב על פשרת המטריצות

החודש אנו חוגגים את יום ההולדת 272 של [ג'יימס מדיסון](#), נשיאה הרביעי של ארצות הברית. מדיסון, ביחד עם [אלכסנדר המילטון](#), ניסח את [החוקה של ארצות הברית](#), והשניים היו אחראים למימוש הרעיון של הפרדת הראשיות בחוקה האמריקאית. גם אצלנו החודש מתאפיין בדיון על הפרדת רשויות וחוקה בישראל. החידה של החודש שואבת מכך השראה.

כדי להימנע מוויכוח על האמת אנו נרצה להסתכל על מבנים מתמטיים שהם והשלילה שלהם נותנים את אותה תוצאה. נסביר למה אנו מתכוונים דרך אלגברה לינארית:

נסכל על מטריצה A סימטרית מממד n . נניח כי $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. נבחר שורה L_i ועמודה R_i במטריצה A ונכפיל את העמוד והשורה i ב-1 ונקבל את המטריצה B . בחידה של החודש אנו צריכים להראות כי ל B, A יש את אותם ערכים עצמים.

לדוגמה:

$$B = \begin{bmatrix} a & -b \\ -b & c \end{bmatrix} \text{ ו } A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix} \text{ אם}$$

במקרה זה הערכים העצמים של A ו B הם אותם ערכים.

$$\left\{ \frac{1}{2}(a+c-\sqrt{a^2+4b^2-2ac+c^2}), \frac{1}{2}(a+c+\sqrt{a^2+4b^2-2ac+c^2}) \right\}$$

כלומר למרות ששקפנו את שורה L_i ועמודה R_i סביבי ה-0 (הכפלנו ב-1) הערכים עצמים לא השתנו.