



## פתרון חידה של חודש שעבר: המתמטיקה של המלחמה

בחידה של החודש שעבר רצינו לנתח את קרב אפולוניוס, שנערך בין צבא המורדים בראשות יהודה המכבי, לבין כוחות הבית הסדירים של הממלכה הסלאוקית, אותם הוביל מושל מחוז השומרון אפולוניוס, באמצעות חוקי לנצ'סטור.



### פתרון

הרעיון המרכזי הוא לחלק את הצבא של יהודה המכבי ל-8 חלקים:  $B1, B2, \dots, B8$ . כל חלק מונה כ-100 חיילים. אנו נניח כי  $B1, B2, B3, B4$  נמצאים בצד הצפון מערבי של הוואדי, פרוסים במורד המדרון כך שהצבא הסלאוקי יכול לפגע רק בשורה הראשונה, וגם זה ביעילות של  $1/10$  היות ולחייליו של יהודה המכבי יש יתרון גובה. באותו

אופן נניח כי  $B5, B6, B7, B8$  נמצאים מהצד הדרום מזרחי של הוואדי, במורד המדרון, כך שהצבא הסלאוקי יכול לפגע רק בשורה הראשונה וגם זה ביעילות של  $1/10$ .

כעת, נחלק את הצבא הסלאוקי לשני חלקים:  $R1, R2$ . נניח כי החלק הראשון בצבא,  $R1$ , מונה בראשית הקרב כ-100 איש, ושאר הצבא נמצא ב- $R2$ . חלק זה של הצבא לא נלחם כי הוא נמצא אחרי העיקול. היעילות של הצבא  $R1$  מאבד עוד פקטור  $1/2$  היות והם נתקפים ותוקפים משני הצדדים. ולכן הם פוגעים ביעילות של  $1/20$  בצבאות  $B1$  ו- $B5$ . במהלך הקרב זורמים בקצב קבוע חילים מהצבא  $R2$  ל- $R1$  בקצב קבוע, נניח 800 חיילים ליחידה.

נרשום כעת את המשוואות:

$$\frac{dR1(t)}{dt} = -(B1(t) + B2(t) + \dots + B8(t)) + 800,$$

$$\frac{dR2(t)}{dt} = -800,$$

$$\frac{dB1(t)}{dt} = -1/20R1(t)$$

$$\frac{dB2(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{dB3(t)}{dt} = 0$$

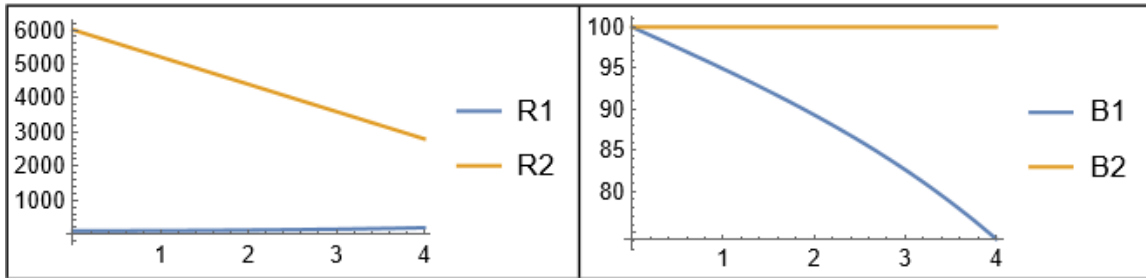
$$\frac{dB4(t)}{dt} = -1/4R1(t)$$

$$\frac{dB5(t)}{dt} = 0$$

$$\frac{dB6(t)}{dt} = 0$$

לאורך כל הזמן הכוח של R1 מקבל תגבור של 800 חיילים ליחידת זמן מהכוח R2.

כעת ניתן לפתור את מערכת המשוואות, ונקבל את הגרף הבא:



כלומר אחרי זמן הכוח ב-R2 יורד בצורה משמעותית. בשלב זה, הכוח R1 מקבל אמנם תגבור מהכוח R2 - אבל התגבור כבר לא עוזר לכח R1, ולבסוף הצבא הסלאוקי מפסיד. שאר הכוחות שלא מופעים שווים ל-B2 משיקולי סמטריה.