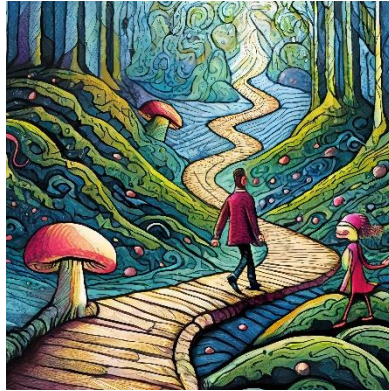


פולינומים של הליכה אקראית ומרטינגל



בחודש פברואר נחגוג את יום הולדתו של המתמטיקאי היהודי-אמריקאי [ג'וזף דוב](#).
דוב היה בין הראשונים להגדיר את המושג [מרטינגל](#), [תהליך סטוכסטי](#) המורכב מסדרת [משתנים](#)

[מקריים](#) $\{M_n\}_{n=1}^{\infty}$ כך שמתקיים לכל $n \in \mathbb{N}$

$$1. \quad E[M_n] < \infty$$

$$2. \quad E[M_{n+1} | M_n, M_{n-1}, \dots, M_1] = M_n$$

יש יתרון רב לתהליך סטוכסטי מרטינגלי. לפי משפט הפירוק של דוב ([Doob–Meyer decomposition theorem](#)) ניתן להפוך כל תהליך למרטינגל על-ידי הוספת תהליך מתואם [Predictable process](#).

בחידה של היום אנו מקבלי את התהליך הבא:

$X_1, \dots, X_n \dots$ משתנים בלתי תלויים שווי התפלגות כך ש $P[X_i = 1] = P[X_i = -1] = 1/2$

נגדיר את התהליך: $T_n^k = S_n^k = (\sum_{i=1}^n X_i)^k$

בחידה של היום אתם מתבקשים להשתמש במשפט הפירוק של דוב ולחשב את המרטינגל:

$$M_n = T_n^k + A_n$$