

חידת החודש
לזכרה של פרופ' מרים כהן:
חילופי מטריצות ופולינומים בשני משתנים



צ'רצ'יל: "לעולם לא ניכנע!"



פרופ' מרים כהן ז"ל

לאורך כל החודש האחרון ציפינו לחדשות טובות, והשבוע סוף-סוף הושגה עסקה והחטופים חוזרים, טיפין-טיפין. בחיפושי אחרי קרן-אור ותקווה לקחתי קורס-אודיו על [וינסטון צ'רצ'יל](#), שנולד בדיוק לפני 149 שנה, בנובמבר 1874. רבות דובר על חשיבותו של צ'רצ'יל לניצחון של בעלות הברית, ואפשר אולי לסכם זאת במשפט קצר מהנאום המפורסם שנשא ברדיו הבריטי במהלך מלחמת העולם השנייה: "לעולם לא ניכנע".

עוד דבר שקרה החודש: הלכה לעולמה פרופסור [מרים כהן](#) מהמחלקה למתמטיקה באוניברסיטת בן-גוריון. מרים הייתה מהמתמטיקאיות המובילות בארץ. בין תחומי המחקר שלה: אלגברת הופף, קבוצות קוואנטום ושימושיהן בפיזיקה, ותורת חוגים לא-קומוטטיביים. היא נבחרה לנשיאת האיגוד הישראלי למתמטיקה בשנים 1992–1994, ולעמיתת האגודה האמריקאית למתמטיקה ב-2017. אני אתגעגע למרים. הייתה לי הזכות להיות תלמיד שלה בקורסים "אלגברה 1" ו"אלגברה 2 – אלגברה מתקדמת", והחידה הפעם מוקדשת לזכרה: בקורס "אלגברה 2" למדנו את המשפט המרכזי באלגברה ליניארית, [משפט קיילי-המילטון](#). הקובע שכל מטריצה ריבועית A (מעל שדה) מאפסת את הפולינום האופייני שלה, כלומר: הפולינום האופייני של המטריצה A מוגדר כך:

$$P(x) = \det(A - xI)$$

והמשפט אומר ש

$$P(A) = [0]$$

בשיעור שבו למדנו את משפט קיילי-המילטון חשבתי על השאלה הבאה:
בהינתן שתי מטריצות ריבועיות A, B מתחלפות, כלומר

$$AB - BA = [0]$$

איך אפשר למצוא את כל הפולינום בשני משתנים $P(x, y)$ כך שמתקיים $P(A, B) = 0$?