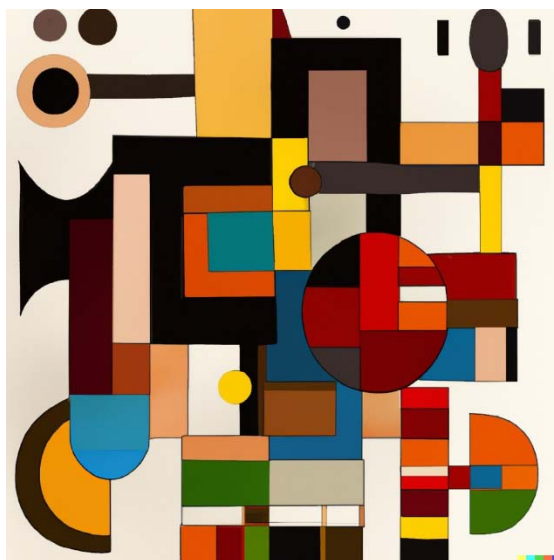


פתרון: פשרת המטריצות



ציור 1: DALL-E חושב על פשרת המטריצות

בחודש שעבר ציינו את יום הולדתו של ג'יימס מדיסון, נשיאה הרביעי של ארצות הברית ומי שהיה אחראי, ביחד עם אלכסנדר המילטון, למימוש הרעיון של הפרדת הרשויות בחוקה האמריקאית. לכבודו, חיפשנו מבנים מתמטיים שהם והשלילה שלהם נותנים את אותה תוצאה. הסתכלנו על מטריצה A סימטרית מממד n . הנחנו כי $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, בחרנו שורה L_i ועמודה R_i במטריצה A והכפלנו את העמוד והשורה ב-1, כך שקיבלנו את המטריצה B . בחידה התבקשתם להראות כי ל- B, A יש את אותם ערכים עצמים.

פתרון

המפתח לפתרון החידה הוא להבין את המבנה הספקטרלי של המטריצה A . כלומר למטריצות B, A יש את אותם ערכים עצמים. ההבדל היחיד הוא בווקטורים העצמים. גם כאן ההבדל הוא פשוט מאוד. אם

$$v = (v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_n)$$

הוא וקטור עצמי עם ערך עצמי λ , כלומר

$$Av = \lambda v$$

אזי במקרה הזה הווקטור

$$v' = (v_1, v_2, \dots, -v_i, \dots, v_n)$$

הוא וקטור עצמי של המטריצה B עם ערך עצמי λ , כלומר
 $Bv' = \lambda v'$