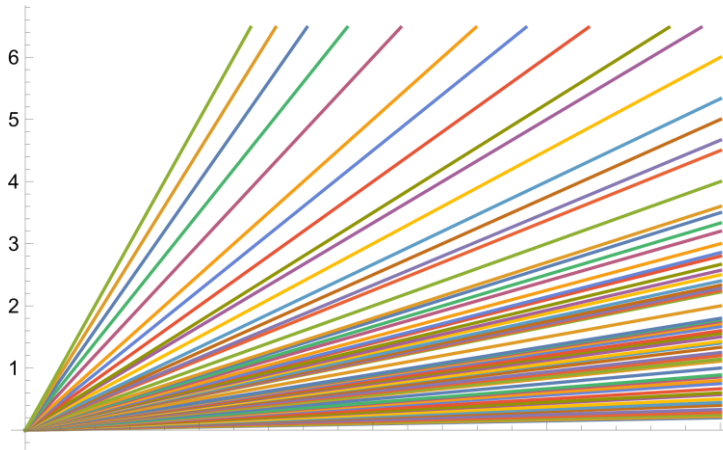




פתרון החידה של חודש שעבר

## שבירים של נגזרות



בחודש שעבר, לציון תהליך הולדתם של [ברוק טיילור](#) ו**נילס הנריק אבל**, שילבנו את העבודה של שניהם, וביקנו מכם להגדיר עבור פונקציות נתונות נגזרת שברית, ולכתוב עבורן הכלל של טורי טיילור.

הפונקציות הנתונות היו:

a.  $f(x) = \frac{1}{1-\sqrt{x}}$   
b.  $f(x) = e^{\sqrt{x}}$

## פתרון

תחילה נגדיר את הנגזרת השברית:

### Letnikov definition via limits:

$${}_0D_x^\alpha f(x) = \lim_{h \rightarrow 0, n h = x - \alpha} \sum_{r=0}^n (-1)^{\beta(p)r} \binom{\alpha}{r} f(x - r h)$$

ולכן טור טיילור של חצי נגזרת הוא

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^{n/2} f(x_0)}{dx^{n/2}} \frac{(x - x_0)^{n/2}}{\text{Gamma}[\frac{1}{2} + n/2]}$$

ובמקרה של שתי הדוגמאות יוצא שטור הוא:

a.  $f(x) = \frac{1}{1-\sqrt{x}} = \sum_{n=0}^{\infty} x^{n/2}$   
b.  $f(x) = e^{\sqrt{x}} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n/2}}{\text{Gamma}[n+1]}$